

应用于无线传感器网络的 LDPC 码研究

张建斌¹, 卢丹¹, 陆剑²

(1 江苏技术师范学院 电气信息工程学院, 江苏 常州 213001;

2 江苏技术师范学院 教务处, 江苏 常州 213001)

摘 要: 在系统分析 LDPC 码编译码技术的基础上, 根据无线传感器网络的应用特点, 提出了 LDPC 码在无线传感器网络节点中的设计方案, 方案采用 $(n, 3, 6)$ 规则 LDPC 码, 校验矩阵采用 PEG-QC 构造法, 编码采用 RU 算法, 译码采用 Log-BP 算法, 并对该方案进行了 MATLAB 仿真, 仿真结果表明了该方案的有效性.

关键词: LDPC; 无线传感器网络; RU 算法; Log-BP 算法; MATLAB

中图分类号: TP393

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2012)10-0108-05

LDPC Code Research in Wireless Sensor Network

ZHANG Jian-bin¹, LU Dan¹, LU Jian²

(1 School of Electrical and Information Engineering, Jiangsu Teachers University of Technology, Changzhou 213001, China; 2 Teaching Affairs Office, Jiangsu Teachers University of Technology, Changzhou 213001, China)

Abstract: According to the application characteristics of the wireless sensor network, the encoder and decoder algorithms of LDPC code are analyzed, the design methods of LDPC code used in wireless sensor network nodes are presented, in which $(n, 3, 6)$ regular LDPC code, PEG-QC parity-check matrix, RU encoder algorithm, and Log-BP decoder algorithm are adopted. Finally, the methods are simulated on MATLAB, and the simulation results indicated that the methods are effective.

Key words: LDPC; wireless sensor network; RU algorithm; Log-BP algorithm; MATLAB

1 引言

无线传感器网络是集分布式信息采集、信息传输和信息处理技术于一体的网络信息系统. 它采用自组织方式配置大量的传感器节点, 通过节点的协同工作来采集和处理网络覆盖区域中的目标信息, 目标信息通过无线方式传播到用户终端. 由于传感器节点在实现网络协议和应用系统时, 受到电源能量、通信能力、计算和存储能力的限制, 因此与传统无线网络以提高服务质量和高效宽带利用为首要设计目标不同, 无线传感器网络的首要设计目标是传感器节点电源的高效利用, 提高网络生命周期. 所以, 低功耗设计对于无线传感器网络节点尤为重要. 一般地, 无线传感器网络节点的能耗主要集中在计

算模块和通信模块, 除了对它们采取动态能量管理措施外, 还要采取纠错编码方案, 来保证数据的可靠传输. 因为高可靠性的数据传输可以减少通信模块发送和接收的通信流量, 从而降低通信模块的能耗^[1].

在纠错编码中, LDPC (Low Density Parity Check) 码^[2]是目前发现的纠错性能最好的实用好码. 研究表明: 采用 BP 译码算法的 LDPC 码具有逼近香农限的优异性能^[3]; LDPC 描述简单, 具有比 Turbo 码更低的译码复杂度, 复杂度低意味着其应用于实际工作系统时能量消耗更低, 因而非常适合于在无线传感器网络节点上的硬件实现; 在原始误码率为 0.042, 经过解码后 PER 为 1×10^{-4} 的条件下, 码长都为 1023 的 LDPC 码和 BCH 码的能量效

率分别为 0.55 和 0.41,显然 LDPC 码比 BCH 码在相同条件下更节约能量^[4].可以说,性能优异的 LDPC 码几乎适用于所有信道,因而目前已在实际系统中得到了广泛应用.如在 VOCAL Technologies Ltd. 推出的 IEEE802.11a/b/g WLAN 应用方案中,当下行链路采用 LDPC 码后,移动终端的电池寿命可延长至原来的 4 倍.可见,将 LDPC 码应用无线传感器网络节点作为其纠错码,对于降低节点能耗、提高电池使用寿命是一种理想的解决方案.

本文根据无线传感器网络信道和能量有限的特点,来研究在无线传感器网络节点中采用 LDPC 码的纠错编码方案,包括 LDPC 码校验矩阵的构造方法、编码算法及译码算法,并通过 matlab 仿真来验证所提出的方案良好的纠错性能.

2 LDPC 码的基本概念

LDPC 码属于线性分组码的一种,与传统线性分组码不同的是,LDPC 码由稀疏的校验矩阵 H 唯一定义.所谓稀疏是指 H 中非 0 元素的个数远远小于 0 的个数. H 中每一行非 0 元素的个数称为行重,每一列非 0 元素的个数称为列重.式(1)为一个 GF(2)上的 5×10 的校验矩阵及其相应的校验方程,其中码字 $c = (c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7, c_8, c_9, c_{10}) \in C$,满足约束条件 $H \cdot c^T = 0$.

$$H = \begin{bmatrix} 1111000000 \\ 1000111000 \\ 0100100110 \\ 0010010101 \\ 0001001011 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} c_1 + c_2 + c_3 + c_4 = 0 \\ c_1 + c_5 + c_6 + c_7 = 0 \\ c_2 + c_5 + c_8 + c_9 = 0 \\ c_3 + c_6 + c_8 + c_{10} = 0 \\ c_4 + c_7 + c_9 + c_{10} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

LDPC 码还可利用 Tanner 图^[5]描述. Tanner 图是一种双向图,由变量节点、校验节点以及这两类节点之间相连的边组成,变量节点对应于校验矩阵的列,校验节点对应于校验矩阵的行.式(1)中的校验矩阵对应的 Tanner 图如图 1 所示,具有 10 个变量节点和 5 个校验节点,每个变量节点都有 2 条边,每个校验节点都有 4 条边. Tanner 图中,与节点相连的边数目称为节点的度(Degree),它与校验矩阵 H 的行重或列重一致,从某个节点出发又回到此节点为一循环(Cycle),所经过的边的个数称为循环长度,其中最短的环的长度称为 girth. Tanner 图(图 1)中的粗实线示出了一个长为 6 的环.

校验矩阵 H 中行重、列重固定的 LDPC 码称为

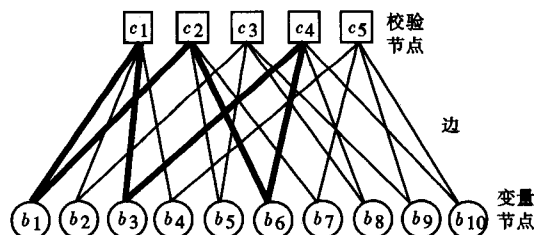


图 1 校验矩阵的 Tanner 图表示

规则码,行重、列重不固定的 LDPC 码称为非规则码.规则 LDPC 码常记作 (n, j, k) ,其中 n 为 LDPC 码的码长, j 为 H 的列重, k 为 H 的行重,且一般有 $j \geq 2, k > j$.非规则码通过度分布多项式的组合 (λ, ρ) 来表示,其中 λ 和 ρ 称为度分布函数,并定义为

$$\lambda(x) = \sum_{i=2}^{d_v} \lambda_i x^{i-1}, \rho(x) = \sum_{i=2}^{d_c} \rho_i x^{i-1} \quad (2)$$

式中, λ_i, ρ_i 分别表示与变量节点、校验节点相连的边数在总边数中所占的比例, d_v 为最大列重, d_c 为最大行重, $\lambda(1)=1, \rho(1)=1$.对规则码,则 $\lambda(x) = x^{d_v-1}, \rho(x) = x^{d_c-1}$,如式(1)中的 LDPC 码可记为 $(10, 2, 4)$,其度分布为 $\lambda(x) = x, \rho(x) = x^3$.设计良好的非规则码的纠错性能优于规则码,但规则码在硬件实现方面较非规则码简单.

对于规则 LDPC 码,在校验矩阵 H 满秩的情况下,码率为 $R = (n - m) / n = 1 - m / n = 1 - j / k$.如式(1)对应的 LDPC 码的码率为 $R = 0.5$.

3 校验矩阵的构造

构造校验矩阵是 LDPC 码编译码的关键,它直接影响着编译码的复杂度和 LDPC 码的纠错性能.要保证 LDPC 码具有良好的纠错性能,构造出的校验矩阵一般要满足以下要求^[6]:(1)更大的环长,这是 LDPC 码利用 BP 译码算法时对消息独立性的要求,因为过小的 girth 将使 BP 译码器不能快速收敛,甚至不能收敛;(2)更大的最小码距,这是高信噪比条件下降低差错平台(error floor)的要求;(3)无低码重码字,低码重码的存在将使 LDPC 译码器纠错能力低下,一般要使低码重码的码重小于 10;(4)更规则的校验矩阵结构,这是 LDPC 码便于工程实现的要求.

LDPC 码校验矩阵的构造方法主要分为随机构造法和结构化构造法两大类.随机构造法通过计算机搜索得到性能优异的码字,由于没有结构化 LDPC 码的结构特点,总体来说其编码比结构化的编

码复杂,不利于硬件实现,只有其中的 PEG^[7] 算法在短码设计上具有较明显的优势. PEG 算法是短码情况下构造 LDPC 码校验矩阵的最优算法,被 Mackay 称为是“目前所知道的最好的 LDPC 码的构造方法,尤其是对构造短长度的 LDPC 码,如 500, 1 000, 2 000 等,是十分有效的”. 结构化构造法的编译码复杂度低,具有良好的硬件实现结构,在实际中已有较多应用. 将 PEG 算法和结构化构造法中的准循环法^[8] 结合起来构造的准循环 LDPC 码,不但可借助简单线性移位寄存器来编码,而且由于准循环的特点可以节约存储空间,使硬件实现复杂度低,并且其性能非常接近于随机构造法构造的 LDPC 码的性能. 因而,基于 PEG 算法的准循环 LDPC 码校验矩阵完全适合于无线传感器网络节点的应用要求.

4 LDPC 码的编码

利用校验矩阵的编码方法主要有传统编码方法、LU 预分解方法^[9]、RU 预分解方法^[10] 等方法,其中 RU 方法是一种高效编码方法. RU 预分解方法通过对校验矩阵的结构进行合理的设置,使编码器的运算复杂度与码长近似于线性关系,从而可以降低编码器的硬件资源消耗,并具有很好的通用性,适合于无线传感器网络节点的应用要求,本文即采用这种方法.

RU 编码方法要求校验矩阵的右上角为图 2 所示的下三角形式,其中右上角的下三角矩阵 T 的对角线上的元素为 1, 对角线以上的元素都为 0, 并通过该子矩阵的特殊结构进行迭代编码.

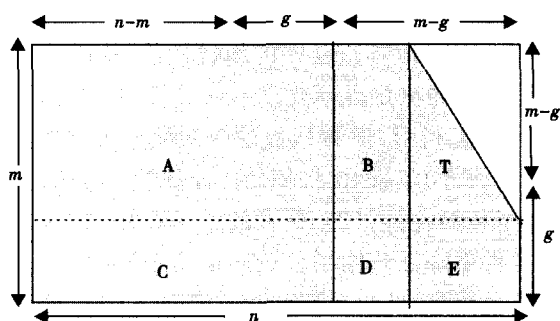


图 2 校验矩阵的近似下三角表示

设编码生成的 LDPC 码字向量为 $c = [s \ p_1 \ p_2]$, 其中 s 为信息位, p_1 、 p_2 为校验位, 由图 2 有

$$H = \begin{bmatrix} A & B & T \\ C & D & E \end{bmatrix} \quad (3)$$

对方程 $H \cdot c^T = 0$ 两边均乘以 $\begin{bmatrix} I & 0 \\ -ET^{-1} & I \end{bmatrix}$

可得下式:

$$\begin{bmatrix} A & B & T \\ -ET^{-1}A + C & -ET^{-1}B + D & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} s \\ p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

计算可得

$$p_1^T = -F^{-1}(-ET^{-1}A + C)s^T \quad (5)$$

$$p_2^T = -T^{-1}(As^T + Bp_1^T) \quad (6)$$

其中 $F = -ET^{-1}B + D$, 即进行相应的前项计算和后向计算, 则可得到校验位 p_1 、 p_2 , 将其与信息位 s 进行顺序重组, 就实现了编码. 进一步分析可得求解 p_1 和 p_2 的计算量分别为 $O(n+g^2)$ 和 $O(n)$, 可见, 要减小 RU 编码算法的运算量, 就要使具有图 2 结构的校验矩阵中的 g 尽可能小, 当 g 较小时, 就可以控制编码运算量与码长 n 成线性关系, 一般选 $g \approx 0.027\ 074\ 6\ n^{[10]}$. 另外, 为使编码成功, 必须保证 F 是可逆的.

5 LDPC 码的译码

译码算法对信息的有效与可靠传输有着极其重要的作用. LDPC 码译码算法与传统分组码译码算法的最大区别是采用基于 Tanner 图的消息迭代算法, 其中最常用的为 BP (Belief Propagation) 译码算法. 在 Tanner 图上, BP 译码算法的置信消息沿校验节点和变量节点之间的边传递: 初始时, 变量节点接收信道传送的初始信息后传给校验节点; 每一个校验节点处理后传向与其相邻的变量节点; 然后进行变量消息的处理, 每一个变量节点收集初始消息及与其相连的校验节点传过来的消息后进行判决; 如译码正确 (满足校验方程的约束关系) 或达到最大迭代次数, 则停止迭代译码, 否则继续迭代.

根据消息的不同表示形式, BP 译码算法可以分为概率 BP 算法、LLR BP 算法以及最小和 (Min-Sum, SM) 算法等^[6]. 概率 BP 算法的消息用概率形式表示, 是 BP 算法的通用形式, 可以适用于非二进制 LDPC 码的译码, 但在迭代译码过程中存在大量的乘法运算, 因而使硬件的复杂度很高. LLR BP 算法针对二进制 LDPC 码, 消息用对数似然比 (Log-Likelihood Rate, LLR) 形式来表示, 这种算法把大量的乘法运算转换为对数的加法运算, 降低了运算复杂度及硬件实现成本. 最小和算法及其改进型等算法, 则是在 LLR BP 算法的基础上, 通过简化运算

关系,进一步降低算法复杂度及硬件实现成本,但译码性能也随之下降. 复杂度的降低是以牺牲译码性能为代价的,为了更好地折中性能和复杂度,本文选择 LLR BP 算法作为应用于无线传感器网络节点中的 LDPC 码的译码算法.

对 LDPC 码校验矩阵中的非零元素,在 Tanner 图中表示为相应的校验节点和变量节点之间有一条边存在. 约定符号 $q_{ij}(b)$ ($b=0,1$) 表示第 i 个变量节点传给第 j 个校验节点的外部概率信息, $r_{ji}(b)$ 表示第 j 个校验节点传给第 i 个变量节点的外部概率信息. LLR BP 算法中,传递的是对数似然比信息,执行以下步骤运算:

(1) 初始化:将信道传递给变量节点的初始对数似然比信息 $L(P_i)$ 传递给校验节点,即

$$L^{(0)}(q_{ij}) = L(P_i) = \ln \frac{P_i(0)}{P_i(1)} \quad (7)$$

对 AWGN(白高斯噪声)信道,容易计算得到初始消息为 $L^{(0)}(q_{ij}) = L(P_i) = 2y_i/\sigma^2$.

(2) 校验节点更新:

$$L^{(l)}(r_{ji}) = 2 \operatorname{arctanh} \left\{ \prod_{i \in R_j \setminus i} \tanh[L^{(l-1)}(q_{ij})/2] \right\} \quad (8)$$

(3) 变量节点更新:

$$L^{(l)}(q_{ij}) = L(P_i) + \sum_{j \in C_i \setminus j} L^{(l)}(r_{ji}) \quad (9)$$

(4) 似后验概率更新:

$$L^{(l)}(q_i) = L(P_i) + \sum_{j \in C_i} L^{(l)}(r_{ji}) \quad (10)$$

(5) 比特判决:

如果 $L^{(l)}(q_i) > 0$, 则 $c=0$, 否则 $c=1$.

若 $H \cdot c^T = 0$ 或者达到最大迭代次数,则结束迭代,把 c 作为译码输出,否则从步骤(2)继续迭代.

6 应用于无线传感器网络的 LDPC 码的设计及仿真

6.1 应用于无线传感器网络的 LDPC 码的设计

LDPC 码用作无线传感器网络节点的纠错码时,要根据无线传感器网络节点的工作特点以及环境条件要求,结合 LDPC 码纠错性能、编译码算法的运算量及所需的硬件资源等,来综合设计 LDPC 码结构、码长、码率、编译码方案以及迭代次数等参数^[11]:

(1) 无线传感器网络由数量庞大的节点以自组织方式构成,其能量供应和无线通信带宽十分受限,节点的体积微小,节点中的微控制器的处理速度比

较低,处理数据的能力低下,且大部分节点由电池供电. 因此,需要设计相对比较短的 LDPC 码,以适合无线传感器网络节点的处理能力. 考虑到 PEG 算法在短码时的优势和准循环码低复杂度的优势,本文采用 PEG-QC 法来构造校验矩阵.

(2) 不同的校验矩阵对应了不同的 LDPC 码字集合. 规则码和不规则码有各自的性能优势,校验矩阵构造方法也各有特点. 中短码长下,规则码性能较好,算法实现容易,复杂度低. 在长码长时非规则码性能逐渐改善,随码长逼近香浓限,但实现难度非常大. 此处考虑到无线传感器网络的工作要求和可实现性,选择目前所知的性能最好的规则 LDPC 码—— $(n,3,6)$ 规则码^[12],其码率为 $1/2$.

(3) 无线传感器网络节点的存储空间相对较小,而校验矩阵维数较大,因此不可能在存储空间中存储校验矩阵的全部. 解决这个问题的方案是在校验矩阵的每一行或者每一列,仅存储 PEG 算法构造的基矩阵中的非零元素的位置和其相应的循环移位次数矩阵即可.

(4) 由于无线传感器网络节点能量供应和通信带宽受限,且节点中的微控制器的处理速度比较低. 因此,应选择纠错性能好且算法复杂度低的 LDPC 码编译码方案. 根据前述分析,选择 RU 编码算法和 LLR BP 译码算法相对来说较适合于无线传感器网络节点的要求.

(5) 译码迭代次数是影响 LDPC 码译码性能的一个重要因素. 迭代次数过少,将会降低纠错性能,但迭代次数太高将使译码运算量增大. 因此应用于无线传感器网络节点中的 LDPC 码,要综合实际情况选择其合适的译码迭代次数.

6.2 仿真实验与结果

实验中,LDPC 码的校验矩阵采用规则校验矩阵 $H(n,3,6)$,列重为 3,行重为 6,码长 n 分别选取 64、256、1024 三种. 输入信号采用二进制伪随机序,经过 RU 编码后进行 BPSK 调制,通过 AWGN 信道后,接收端先进行 BPSK 解调,然后进行 LLR BP 译码,迭代次数选 10、25、50 三种,译码后的结果进行判决并统计误码率. 图 3、图 4、图 5 所示为有代表性的仿真结果曲线.

由图 3、图 4、图 5 可以看出,相同信噪比和迭代次数下,码长长的 LDPC 码的误码率比码长短的 LDPC 码的误码率性能好,并且随迭代次数增加,误码率进一步降低. 但并不是迭代次数越多,系统总体性能越好,图 5 中迭代次数是图 4 的两倍,但是就性

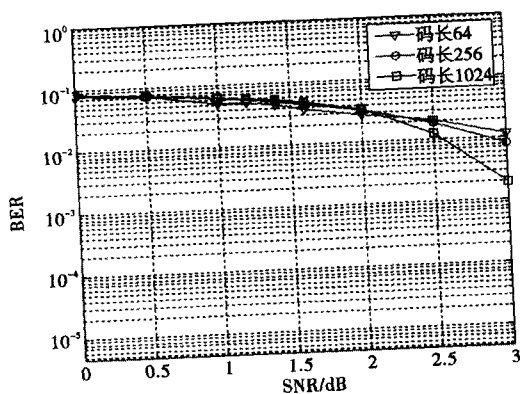


图3 不同码长迭代 10 次误码率

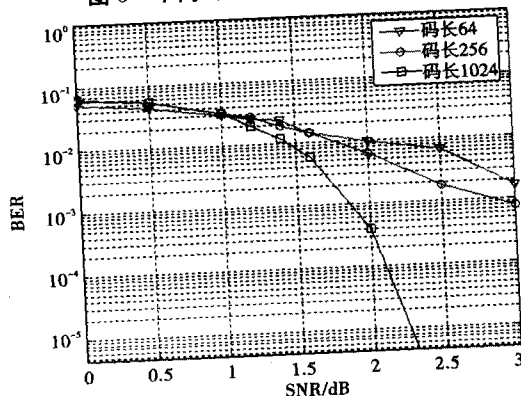


图4 不同码长迭代 25 次误码率

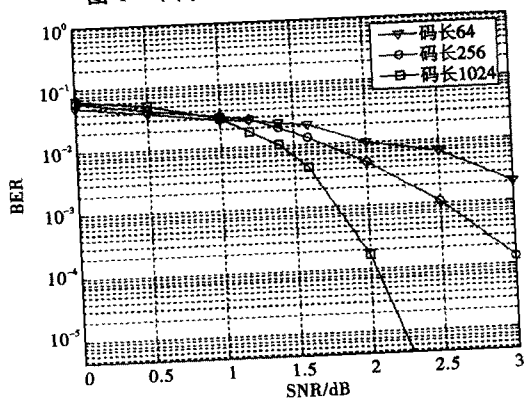


图5 不同码长迭代 50 次误码率

能来讲并没有提高很多。而且迭代次数的增加,必然会带来系统运算复杂度和无线传感器网络节点能耗的增加。

7 结束语

LDPC 码以其优越的性能被广泛应用于无线通信系统中。应用于无线传感器网络系统的 LDPC 码,要结合无线传感器网络系统能耗、通信能力、计算和存储能力等应用特点的要求,来设计满足系统要求的校验矩阵及编译码算法,从而实现纠错性能

好、算法复杂度低、实现简单的纠错编码方案。如果将本文介绍的 LDPC 码与 ARQ 技术结合起来,可以设计出纠错性能优、能耗低、数据吞吐率高等指标同时兼顾的、性能更佳的纠错编码方案,这是下一步的研究内容。

参考文献:

- [1] 杜晓通. 无线传感器网络技术与工程应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 2010.
- [2] R G Gallager. Low-density parity-check codes[D]. Cambridge, MA: MIT Press, 1963.
- [3] Sae-Young Chung, G David Forney, Thomas J Richardson. On the design of low-density parity-check codes within 0.0045dB of the Shannon Limit[J]. IEEE Comm Letters, 2001, 5(2): 58-60.
- [4] 詹伟, 李琳. 无线传感器网络信道编码技术研究[J]. 计算机与数字工程, 2009, 37(7): 11-12.
- [5] R M Tanner. A Recursive Approach to Low Complexity Codes [J]. IEEE Trans Inform Theory, 1981, 27 (9): 533-547
- [6] 肖扬. Turbo 与 LDPC 编解码器及其应用[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2010.
- [7] Xiao Yu Hu, E Eleftheriou, D M Arnold. Regular and irregular progressive edge-growth tanner graphs [J]. IEEE Trans Info Theory, 200, 51(1): 386-398.
- [8] M Fossorier. Quasicyclic low density parity check codes[J]. IEEE Trans Inform Theory, 2005, 50(8): 1788-1793.
- [9] MacKay D J C, Wilson S T, Davey M C. Comparison of constructions of irregular Gallager codes[J]. IEEE Transactions on communications, 1998, 42(10): 1449-1455.
- [10] Richardson T, Urbanke R. Efficient encoding of low-density parity-check codes [J]. IEEE Trans Inform Theory, 2001, 47(2): 638-656.
- [11] 张旗. 应用于无线传感器网络中的低密度奇偶校验码 [EB/OL]. [2012-02-16]. www.doc88.com/p-97933744678.html.
- [12] MacKay D J C, Neal R M. Near shannon limit performance of low density parity check codes[J]. Electronics letters, 1996, 32(8): 1645-1646.

作者简介:

张建斌 男, (1966—), 副教授. 研究方向为无线通信. 纠错编码.

卢丹 女, (1984—), 硕士. 研究方向为纠错编码.

陆剑 男, (1979—), 硕士, 讲师. 研究方向为纠错编码.